



Institut Africain d'Informatique

Établissement Inter – États d'Enseignement Supérieur
BP 2263 Libreville (Gabon) Tél. (241) 07 70 55 00 - 07 70 56 00

Site web: www.iaisiege.net E-mail : contact@iaisiege.net

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ère} ANNEE DU CYCLE DE FORMATION DES ANALYSTES-PROGRAMMEURS & LICENCES PROFESSIONNELLES POUR L'ANNEE ACADEMIQUE 2017-2018

Epreuve de Mathématique

NB. Durée : 4 heures. Coefficient 6. Sans documents. Chaque copie ne doit pas être signée et ni porter de signe distinctif, faute de nullité. Utiliser exclusivement les copies vierges fournies.

Exercice 1 (9 points)

On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x + x}$$

On notera C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, i, j) (unités graphique: 4cm).

1. Montrer que, pour tout x appartenant à $[0 ; +\infty[$, on a :

a) $f(x) = \frac{1 + e^{-x}}{1 + xe^{-x}}.$

b) En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2. Calculer la fonction dérivée f' de f puis montrer que : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + x)^2}$ avec $g(x) = xe^x - 2e^x - 1$.

3. Etudier la fonction g sur $[0 ; +\infty[$ puis dresser son tableau de variation complet.

- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[0 ; +\infty[$.
- En déduire le signe de g et le sens de variation de f .
- Dresser le tableau de variation complet de f .
- Construire la courbe C et la droite d'équation $y=1$ dans le repère défini ci-dessus. (Prendre $\alpha \approx 2,1$ et $f(\alpha) \approx 0,9$).

4. On note Δ l'aire en cm^2 du domaine (Ω) délimité par la courbe C, l'axe des ordonnées et les droites d'équation $x = 1$ et $y = 1$.
- Hachurer le domaine (Ω).
 - Déterminer F, la fonction primitive de f puis en déduire la valeur exacte de Δ puis en donner la valeur exacte de Δ et en donner une valeur approchée arrondie au cm^2 près.

Exercice 2 (6 points)

Une personne loue un appartement à partir du 1^{er} janvier 2007.

Elle a le choix entre deux formules de contrat. Dans les deux cas, le loyer annuel initial est 600.000 f cfa et le locataire s'engage à occuper l'appartement pendant six années complètes.

1. Contrat n°1.

Le locataire accepte une augmentation annuelle de 10% du loyer de l'année précédente. Si l'on note U_0 le loyer annuel pour 2007, U_1 le loyer annuel pour 2008, calculer U_n le loyer annuel pour l'année (2007 + n).

Calculer S_6 la somme payée à l'issue des six années du contrat.

2. Contrat n°2

Le locataire accepte une augmentation annuelle forfaitaire de 70.000 f cfa du loyer de l'année précédente. Si l'on note V_0 le loyer annuel pour 2007, V_1 le loyer annuel pour 2008, calculer V_n le loyer annuel pour l'année (2007 + n).

Calculer S'_6 la somme à payer à l'issue des six années du contrat. Quel est le contrat le plus avantageux pour le locataire ?

Exercice 3 (5 points)

Soit A et B deux événements, on donne $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ et $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$.

- Montrer que les événements A et B sont indépendants.
- Calculer la probabilité des événements suivants :
 - A et B se produisent.
 - A seulement se produit.
 - Ni A, ni B ne se produisent.
 - Un seul des deux événements se produit.